

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Горно-Алтайский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)**

## Геометрия гладких многообразий и тензорный анализ

### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.04.01\_2022\_643M.plx  
01.04.01 Математика  
Компьютерное моделирование и анализ в геометрии

Квалификация **магистр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **5 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	180	Виды контроля в семестрах: экзамены 2 зачеты 1
в том числе:		
аудиторные занятия	72	
самостоятельная работа	61,5	
часов на контроль	43,6	

#### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		2 (1.2)		Итого	
	Неделя		10 1/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	12	12	30	30
Практические	24	24	18	18	42	42
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,6	0,6	1,5	1,5
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,25	0,25	0,4	0,4
Консультации перед экзаменом			1	1	1	1
Итого ауд.	42	42	30	30	72	72
Контактная работа	43,05	43,05	31,85	31,85	74,9	74,9
Сам. работа	20,1	20,1	41,4	41,4	61,5	61,5
Часы на контроль	8,85	8,85	34,75	34,75	43,6	43,6
Итого	72	72	108	108	180	180

Программу составил(и):

к.ф.м.-н., доцент, Кыров Владимир Александрович



Рабочая программа дисциплины

**Геометрия гладких многообразий и тензорный анализ**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 12)

составлена на основании учебного плана:

01.04.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 26.12.2022 протокол № 12.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры  
**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 09.03.2022 протокол № 8

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна



---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2023 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2024 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2025 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> Изучение теории гладких многообразий и римановых геометрий
1.2	<i>Задачи:</i> 1. Изучить вопросы тензорного анализа, применяемые в геометрии. 2. Изучить базовые положения римановой геометрии. 3. Показать применение геометрических теорий в физике.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Геометрии максимальной подвижности
2.1.2	Избранные вопросы алгебры
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Групповой анализ дифференциальных уравнений
2.2.2	Группы и алгебры Ли
2.2.3	Компьютерное моделирование в математике
2.2.4	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>ОПК-1: Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики</b>	
<b>ИД-1.ОПК-1: Способен находить актуальные и значимые проблемы математики</b>	
Знает актуальные задачи геометрии римановых многообразий	
<b>ИД-2.ОПК-1: Способен формулировать актуальные и значимые проблемы математики</b>	
Умеет формулировать проблемы для современных разделов геометрии	
<b>ИД-3.ОПК-1: Способен решать актуальные и значимые проблемы математики</b>	
Умеет решать задачи по геометрии максимальной подвижности и по геометрии римановых многообразий	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте пакт.	Примечание
	<b>Раздел 1. Гладкие многообразия и тензорный анализ</b>						
1.1	Определение гладкого многообразия /Лек/	1	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.2	Определение гладкого многообразия /Пр/	1	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.3	Определение гладкого многообразия /Ср/	1	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	

1.4	Определение тензора и тензорного поля /Лек/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.5	Определение тензора и тензорного поля /Пр/	1	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.6	Определение тензора и тензорного поля /Ср/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.7	Внешнее дифференцирование и дифференциальные формы /Лек/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.8	Внешнее дифференцирование и дифференциальные формы /Пр/	1	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.9	Внешнее дифференцирование и дифференциальные формы /Ср/	1	3,1	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.10	Классификация одномерных и двумерных многообразий /Лек/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.11	Классификация одномерных и двумерных многообразий /Пр/	1	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.12	Классификация одномерных и двумерных многообразий /Ср/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.13	Риманово многообразие /Лек/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.14	Риманово многообразие /Пр/	1	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.15	Риманово многообразие /Ср/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.16	Функция Морса /Лек/	1	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	

1.17	Функция Морса /Пр/	1	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.18	Функция Морса /Ср/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.19	Теорема Морса /Лек/	1	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.20	Теорема Морса /Пр/	1	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
1.21	Теорема Морса /Ср/	1	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
<b>Раздел 2. Промежуточная аттестация (зачёт)</b>							
2.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	1	8,85	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
2.2	Контактная работа /КСРАТт/	1	0,15	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
<b>Раздел 3. Консультации</b>							
3.1	Консультация по дисциплине /Конс/	1	0,9	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
<b>Раздел 4. Геометрия римановых многообразий</b>							
4.1	Определение римановой геометрии /Лек/	2	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.2	Определение римановой геометрии /Пр/	2	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.3	Определение римановой геометрии /Ср/	2	8	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.4	Согласованная связность в римановой геометрии /Лек/	2	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	

4.5	Согласованная связность в римановой геометрии /Пр/	2	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.6	Согласованная связность в римановой геометрии /Ср/	2	8	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.7	Кривизна в римановой геометрии /Лек/	2	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.8	Кривизна в римановой геометрии /Пр/	2	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.9	Кривизна в римановой геометрии /Ср/	2	8,3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.10	Геодезические и кратчайшие /Лек/	2	3	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.11	Геодезические и кратчайшие /Пр/	2	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.12	Геодезические и кратчайшие /Ср/	2	8	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.13	Вариационная теория геодезических /Лек/	2	2	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.14	Вариационная теория геодезических /Пр/	2	4	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
4.15	Вариационная теория геодезических /Ср/	2	9,1	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
	<b>Раздел 5. Промежуточная аттестация (экзамен)</b>						
5.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	2	34,75	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	

5.2	Контроль СР /КСРАтт/	2	0,25	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
5.3	Контактная работа /КонсЭж/	2	1	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	
<b>Раздел 6. Консультации</b>							
6.1	Консультация по дисциплине /Конс/	2	0,6	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Геометрия гладких многообразий и тензорный анализ».

2. Фонд оценочных средств включает вводный тест, 4 теста текущего контроля, критерии оценивания и вопросы промежуточной аттестации в форме зачета и экзамена.

### 5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Вводный тест.  
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 1.  
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 2.  
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 3.  
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Текущий тест 4.  
 Оценочные средства для входного контроля приведены в Приложении -- Критерии оценивания.

### 5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Не предусмотрены

### 5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. Определение гладкого многообразия
2. Примеры гладких многообразий.
3. Касательное пространство и дифференциал.
4. Векторные поля.
5. Подмногообразия и теорема о неявной функции.
6. Классификация одномерных и двумерных многообразий.
7. Функция Морса.
8. невырожденные критические точки.
9. Теорема Морса.
10. Тензор и тензорное поле.
11. Тензорное произведение и тензорная алгебра.
12. Внешний дифференциал.

Критерии оценивания для зачета

Зачтено Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.

Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.

Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.

Не зачтено Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.



Вопросы к экзамену.

1. Определение гладкого многообразия.
2. Примеры гладких многообразий.
3. Риманова метрика.
4. Связность на многообразии.
5. Тензоры кривизны и кручения.
6. Параллельный перенос.
7. Связность Леви-Чивиты.
8. Риманова кривизна.
9. Геодезическая риманова многообразия.
10. Поля Якоби.
11. Полные римановы многообразия.
12. Пространство путей многообразия
13. Формула первой вариации.
14. Формула второй вариации.

Критерии оценивания для экзамена

- 5(отлично) Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
- 4(хорошо) Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
- 3(удовл.) Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.
- ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.
- 2(неудовл.) Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Манфредо до, Перловой Н. Г., Базайкина Я. В.	Риманова геометрия: учебное пособие	Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2015	<a href="https://www.iprbookshop.ru/69367.html">https://www.iprbookshop.ru/69367.html</a>
Л1.2	Сандракова Е. В., Сумин Е.В.	Дифференциальные формы на гладких многообразиях: учебное пособие	Москва: НИЯУ МИФИ, 2014	<a href="https://e.lanbook.com/book/103230">https://e.lanbook.com/book/103230</a>

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Комраков Б. Б.	Четырехмерные псевдоримановы однородные пространства: монография	Казань: КФУ, 2015	<a href="https://e.lanbook.com/book/72822">https://e.lanbook.com/book/72822</a>
Л2.2	Можей Н. П.	Трехмерные изотропно-точные однородные пространства и связности на них: монография	Казань: КФУ, 2015	<a href="https://e.lanbook.com/book/72821">https://e.lanbook.com/book/72821</a>

#### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Adobe Reader
6.3.1.2	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.3	MS Office
6.3.1.4	Яндекс.Браузер
6.3.1.5	Moodle
6.3.1.6	MS WINDOWS
6.3.1.7	LibreOffice

#### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	
	проблемная лекция

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)		
Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет
220 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
<p>Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.</p> <p>Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.</p> <p>Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.</p> <p>Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.</p> <p>Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому)</p>

занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

### Вводный тест

1. Даны два вектора  $(1;2;3)$  и  $(3;0;-1)$ . Найти их скалярное произведение

Выберите один ответ:

- a. 2
- b. 5
- c. 1
- d. 3
- e. 0

2. Найти вектор скорости к кривой  $(t, 2t, \sin t)$  в точке с параметром  $t=0$

Выберите один ответ:

- a. другой ответ
- b.  $(1;2;-1)$
- c.  $(1;2;1)$
- d.  $(1;2;0)$

3.

Найти длину вектора  $(1;3;2)$ .

Выберите один ответ:

- a.  $\sqrt{14}$
- b. другой ответ
- c.  $\sqrt{15}$
- d.  $\sqrt{6}$

4. Чему равна Гауссова кривизна единичной сферы в  $E^3$ ?

Выберите один ответ:

- a. -1
- b. Другой ответ
- c. 0
- d. 1

Укажите уравнение однополостного гиперболоида

Выберите один ответ:

- a.  $x^2 + y^2 + z^2 = -1$
- b.  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$
- c.  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
- d.  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$

5.

6. Как определяется Гауссова кривизна поверхности?

$k_1 k_2$

$k_1 + k_2$

$k_1 / k_2$

$k_1 - k_2$

7. Как определяется средняя кривизна поверхности?

$k_1 + k_2$

$k_1 / k_2$

$k_1 - k_2$

$k_1 k_2$

8. Верна ли формула для площади треугольника  $S = ah$  ?

Не верна.

9. Верна ли формула для площади прямоугольника  $S = ab$  ?

Верна

10. Верна ли формула для объема куба  $S = a^3$  ?

Верна.

### Текущий тест 1

1. Дать определение гладкого многообразия

Ответ:

2. Является ли двумерная сфера гладким многообразием?

Да

Нет

Не знаю

3. Является ли поверхность конуса гладким многообразием?

Нет

Да

Не знаю

4. Верно ли, что операторы дифференцирования  $\frac{\partial}{\partial x^1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x^n}$  задают базис касательного пространства в произвольной точке многообразия размерности  $n$ ?

Верно

5. Верно ли, что касательное пространство к многообразию размерности  $n$  в произвольной точке является линейным пространством?

Верно

6. Что означает обозначение ТМ?

Касательное расслоение многообразия  $M$

Касательное пространство к многообразию  $M$

Не знаю

7. Гладкое векторное поле – это

Гладким векторным полем  $X$  на гладком многообразии  $M$  называется функция, сопоставляющая каждой точке  $p$  из  $M$  касательный вектор  $X(p)$  в этой точке и удовлетворяющий условию гладкости.

Гладким векторным полем  $X$  на гладком многообразии  $M$  называется функция, сопоставляющая каждой точке  $p$  из  $M$  касательный вектор  $X(p)$ .

Другой ответ

8. Какой из ниже приведенных равенств является свойством коммутаторов векторных полей?

$$[X, Y] = -[Y, X]$$

$$[X, Y] = [Y, X]$$

$$[X, Y] = 0$$

9. Является ли лист Мёбиуса ориентируемым многообразием?

Нет

Да

Не знаю

10. Можно ли компактное гладкое многообразие вложить в  $\mathbb{R}^q$  при достаточно большом  $q$ ?

Да

Нет

Не знаю

## Текущий тест 2

1. Верно ли, что для линейного функционала  $w: V \rightarrow \mathbb{R}$  выполняется свойство  $w(X+Y) = w(X) + w(Y)$ ?

Верно

2. Верно ли, что для линейного функционала  $w: V \rightarrow \mathbb{R}$  выполняется свойство  $w(aX) = aw(X)$ ?

Верно

3. Является ли множество линейных функционалов линейным пространством?

Да

Нет

Не знаю

4. Дать определение тензора ранга  $(r, s)$

5. Верно ли, что размерность пространства тензоров ранга  $(r, s)$   $n$ -мерного многообразия в произвольной точке равна  $n^{r+s}$ ?

Да

Нет

Не знаю

6. Дать определение внешней дифференциальной формы

7. Что такое внешнее дифференцирование?

8. Верно ли, что внешний дифференциал от полного дифференциала равен нулю?

Верно

9. Верно ли, что внешний дифференциал от внешнего дифференциала не равен нулю?

Не верно

10. Верно ли, что внешний дифференциал от суммы дифференциалов равен разности дифференциалов?

Не верно

### Текущий тест 3

1. Что такое связность Леви-Чивиты риманова многообразия?

2.

Вычислить символы Кристоффеля связности Леви-Чивиты для геометрии с метрикой

$$ds^2 = (dx^2 + dy^2)/y^2.$$

3.

Вычислить тензор кривизны для геометрии с метрикой

$$ds^2 = (dx^2 + dy^2)/y^2.$$

4. Приведите свойства евклидова скалярного произведения

5. Что такое риманова метрика?



6. Что такое риманово многообразие?

7. Что такое связность на многообразии?

8. Дать определение векторного поля, параллельного вдоль гладкой кривой

9.

Дана поверхность

$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = u$$

. Найти ее первую квадратичную форму.

Выберите один ответ:

a.

$$du^2 + u^2 dv^2$$

b. Другой ответ

c.

$$2du^2 + u^2 dv^2$$

d.

$$(1 + u^2)du^2 + u^2 dv^2$$

10.

Дана поверхность

$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = u$$

. Найти ее вторую квадратичную форму.

Выберите один ответ:

a.

$$u^2 dv^2$$

b.

$$u^2 dv^2$$

c.

$$du^2 + u^2 dv^2$$

d. другой ответ

11.

Дана поверхность

$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = u$$

. Найти гауссову кривизну.

Выберите один ответ:

a. 1

b. 2

c. 1/2

d. 4

12.

Дана поверхность

$$x = u \cos v, y = u \sin v, z = u$$

. Найти среднюю кривизну.

Выберите один ответ:

a. 2

b. 4

c. 0

d. 1/2

e. 1

#### Текущий тест 4

1. Записать метрический тензор для метрики  $ds^2=dx^2+dy^2$
2. Записать уравнения геодезических для метрики  $ds^2=dx^2+dy^2$
3. Записать тензор кривизны для метрики  $ds^2=dx^2+dy^2$
4. Сформулировать свойства римановой метрики
5. Дать определения поля Якоби для риманова многообразия
6. Сформулировать теорему Ринова-Хопфа

7.

Как обозначается ковариантная производная векторного поля  $Y$  по направлению  $X$ ?

Выберите один ответ:

- а. не знаю
- б.  $\nabla_Y X$
- в.  $\nabla_X Y$

8. Верно ли сформулировано определение метрической полноты: "Метрическое пространство  $(M,p)$  называется метрически полным, если любая последовательность Коши в этом пространстве имеет предел"

Выберите один ответ:

- Верно
- Неверно

9.

Верно ли записано условие параллельности векторного поля  $X(t)$  вдоль кривой:  $\frac{DX(t)}{dt} = 0$ ?

Выберите один ответ:

- Верно
- Неверно

10.

Верно ли, что на связном римановом многообразии расстояние между точками определяется формулой  $\rho(p, q) = \inf L(\gamma)$ ?

Выберите один ответ:

- Верно
- Неверно

### Критерии оценивания

#### Критерии оценивания для экзамена и зачёта с оценкой

Оценка	Критерии
5(отлично)	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
4(хорошо)	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
3(удовл.)	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.  ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.
2(неудовл.)	Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

#### Критерии оценивания для зачета

Оценка	Критерии
Зачтено	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся частично логически строгие доказательства теорем и выводы формул.
	Даются с объяснениями все определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.  ИЛИ Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся элементы доказательств теорем и выводов формул.
Не зачтено	Даются без четких объяснениями определения, утверждения теорем, формулы. Приводятся отдельные выражения вместо доказательств теорем и выводов формул.

#### Критерии оценивания для контрольной работы

Оценка	Критерии
5(отлично)	Дается полное решение всех задач, возможны мелкие недочеты.
4(хорошо)	Одна задача решена полностью, хотя допускаются мелкие недочеты. Вторая задача решена частично.
3(удовл.)	Задачи решены частично. Приводятся правильные ходы решений.
2(неудовл.)	Решения нет. Приводятся только отдельные несвязные выражения.

#### Критерии оценивания для теста

Оценка	Критерии
5(отлично)	91 – 100 баллов
4(хорошо)	76-90 баллов
3(удовл.)	60 – 75 баллов
2(неудовл.)	меньше 60 баллов